

**УДК 62-50**  
**ББК**

**А**

**ИЗБРАННЫЕ ГЛАВЫ ТЕОРИИ АВТОМАТИЧЕСКОГО УПРАВЛЕНИЯ с примерами на языке MATLAB<sup>R</sup>.**

**/ Б.Р. Андриевский, А.Л.Фрадков – СПб.: Наука, 2000.**  
**– 475 с., ил. 86**

**ISBN 5-02-024873-8**

В книге рассмотрены основные положения метода пространства состояний в теории линейных динамических систем а также применение этого метода к задачам нелинейного и адаптивного управления, в том числе исследования колебательных и хаотических процессов. Приведены способы преобразования динамических моделей, содержатся сведения о вычислительных методах анализа систем. Изложены основные результаты теории оценивания и модального управления. С позиций метода пространства состояний рассмотрены свойства нелинейных систем и методы их исследования. Приводятся сведения о системах с переменной структурой и адаптивных системах управления, а также о задачах управления колебательными и хаотическими процессами. Изложение сопровождается примерами и упражнениями на языке MATLAB, который широко применяется для научно-инженерных расчётов в ведущих зарубежных и отечественных университетах. Книга даёт представление как о сегодняшнем состоянии базовых разделов теории управления, так и о некоторых новых и новейших её достижениях.

Предназначена для студентов, аспирантов и слушателей факультетов повышения квалификации, изучающих курсы "Теория автоматического управления", "Теория систем", "Проектирование систем управления", "Моделирование систем", а также для преподавателей, инженеров и научных работников, интересующихся вопросами анализа и синтеза динамических систем.

Рецензенты: С.Д. Земляков, В.В. Малышев

ISBN 5-02-024873-8

- © Центр "Интеграция", 2000 г.
- © Б.Р. Андриевский, А.Л. Фрадков, 2000 г.
- © Л.А. Яценко – оформление, 2000 г.

## О Г Л А В Л Е Н И Е

|   |           |
|---|-----------|
| 0.1. ПРЕДИСЛОВИЕ . . . . .  | 11        |
| <b>ГЛАВА 1. ПРОСТРАНСТВО СОСТОЯНИЙ. УРАВНЕНИЯ СОСТОЯНИЯ</b> . . . . .                           | <b>15</b> |
| 1.1. <b>Динамические и статические системы. Понятие состояния динамических систем</b> . . . . . | 15        |
| 1.2. <b>Уравнения состояния линейных систем</b> . . . . .                                       | 19        |
| 1.3. <b>Линеаризация уравнений состояния</b> . . . . .  | 21        |
| 1.4. <b>Примеры уравнений состояния систем</b> . . . . .  | 24        |
| 1.4.1. Электротехнические устройства . . . . .  | 24        |
| 1.4.2. Летательные аппараты . . . . .   | 27        |
| 1.4.3. Механические конструкции . . . . .   | 30        |
| 1.4.4. Цифровые устройства . . . . .  | 33        |
| 1.5. <b>Передаточные функции и их определение по уравнениям состояния</b> . . . . .             | 34        |
| 1.5.1. Передаточные функции линейных систем . . . . .   | 34        |
| 1.5.2. Алгоритмы вычисления передаточных функций . . . . .                                      | 36        |
| 1.5.3. Примеры перехода к передачным функциям от уравнений состояния . . . . .                  | 38        |
| 1.6. <b>Частотные характеристики</b> . . . . .  | 46        |
| 1.6.1. Частотные характеристики непрерывных систем . . . . .                                    | 46        |
| 1.6.2. Частотные характеристики дискретных систем . . . . .                                     | 48        |
| 1.6.3. Частотные характеристики цифровых систем реального времени . . . . .                     | 50        |
| 1.6.4. Примеры расчета частотных характеристик . . . . .  | 51        |
| 1.7. <b>Уравнения состояния при соединении систем</b> . . . . .                                 | 58        |
| 1.7.1. Независимые подсистемы . . . . .   | 58        |
| 1.7.2. Последовательное соединение . . . . .  | 59        |
| 1.7.3. Соединение с обратной связью . . . . .   | 59        |
| 1.8. <b>Преобразование базиса</b> . . . . .   | 60        |
| 1.9. <b>Задачи и упражнения</b> . . . . .   | 64        |

|   |           |
|---|-----------|
| <b>ГЛАВА 2. КАНОНИЧЕСКИЕ ФОРМЫ УРАВНЕНИЙ СОСТОЯНИЯ</b>  | <b>67</b> |
| 2.1. Диагональная и жорданова формы . . . . .   | 67        |
| 2.1.1. Простые вещественные собственные числа . . . . .   | 67        |
| 2.1.2. Простые мнимые собственные числа . . . . .   | 69        |
| 2.1.3. Общий случай. Вещественная форма Жордана . . . . .   | 71        |
| 2.2. Управляемое каноническое представление . . . . .   | 74        |
| 2.3. Наблюдаемое каноническое представление . . . . .   | 76        |
| 2.4. Задачи и упражнения . . . . .  | 77        |
| <br>  |           |
| <b>ГЛАВА 3. ПРЕОБРАЗОВАНИЕ УРАВНЕНИЙ СОСТОЯНИЯ К КАНОНИЧЕСКОМУ ВИДУ</b>                           | <b>80</b> |
| 3.1. Преобразование уравнений состояния к диагональной и блочно-диагональной формам . . . . .     | 81        |
| 3.1.1. Простые вещественные собственные числа . . . . .   | 81        |
| 3.1.2. Простые мнимые собственные числа . . . . .   | 82        |
| 3.2. Преобразование уравнений состояния к управляемой и наблюдаемой каноническим формам . . . . . | 84        |
| 3.2.1. О возможности преобразования матрицы к форме Фробениуса . . . . .                          | 84        |
| 3.2.2. Управляемое каноническое представление . . . . .   | 86        |
| 3.2.3. Наблюдаемое каноническое представление . . . . .   | 87        |
| 3.2.4. Примеры . . . . .  | 89        |
| 3.3. Задачи и упражнения . . . . .  | 96        |
| <br>  |           |
| <b>ГЛАВА 4. ОПРЕДЕЛЕНИЕ УРАВНЕНИЙ СОСТОЯНИЯ ПО ПЕРЕДАТОЧНОЙ ФУНКЦИИ</b>                           | <b>98</b> |
| 4.1. Управляемое каноническое представление . . . . .   | 99        |
| 4.2. Наблюдаемое каноническое представление . . . . .   | 100       |
| 4.3. Блочно-диагональная форма . . . . .  | 102       |
| 4.4. Жорданова форма . . . . .  | 103       |
| 4.5. Случай систем с несколькими входами и выходами . . . . .                                     | 105       |
| 4.6. Задачи и упражнения . . . . .  | 108       |

|   |            |
|---|------------|
| <b>ГЛАВА 5. ФАЗОВЫЕ ТРАЕКТОРИИ И ФАЗОВЫЕ ПОРТРЕТЫ ЛИНЕЙНЫХ СИСТЕМ</b>                           | <b>109</b> |
| 5.1. Определения и основные свойства фазовых траекторий и фазовых портретов . . . . .           | 109        |
| 5.2. Поле фазовых скоростей. Классификация особых точек . . . . .                               | 111        |
| 5.2.1. Вектор фазовой скорости . . . . .  | 111        |
| 5.2.2. Состояния равновесия системы . . . . .   | 112        |
| 5.2.3. Декомпозиция пространства состояний . . . . .  | 113        |
| 5.3. Виды фазовых портретов для систем второго порядка . . . . .                                | 117        |
| 5.3.1. Фазовые портреты при диагональной (жордановой) форме матрицы $A$ . . . . .               | 121        |
| 5.3.2. Фазовые портреты при канонической форме фазовой переменной . . . . .                     | 123        |
| 5.4. Задачи и упражнения . . . . .  | 126        |
| <b>ГЛАВА 6. ДИСКРЕТНЫЕ МОДЕЛИ НЕПРЕРЫВНЫХ СИСТЕМ. ФОРМУЛА КОШИ</b>                              | <b>128</b> |
| 6.1. Решение уравнений состояния. Формула Коши . . . . .  | 128        |
| 6.1.1. Решение однородного уравнения . . . . .  | 128        |
| 6.1.2. Решение неоднородного уравнения . . . . .  | 130        |
| 6.1.3. Свойства переходной матрицы . . . . .  | 131        |
| 6.2. Вычисление функции веса . . . . .  | 132        |
| 6.3. Определение начального состояния по начальному значению выхода и его производных . . . . . | 133        |
| 6.4. Дискретные модели непрерывных систем . . . . .   | 134        |
| 6.4.1. Постановка задачи дискретизации . . . . .  | 135        |
| 6.4.2. Формулы перехода к разностным уравнениям . . . . .                                       | 137        |
| 6.5. Методы вычисления матричной экспоненты . . . . .   | 139        |
| 6.5.1. Точные методы . . . . .  | 139        |
| 6.5.2. Приближенные методы . . . . .  | 142        |
| 6.6. Вычисление матрицы $Q$ в общем случае . . . . .  | 145        |
| 6.7. Дискретные модели для различных видов входного процесса . . . . .                          | 146        |
| 6.7.1. Смещенное $z$ -преобразование . . . . .  | 146        |
| 6.7.2. Прямоугольные импульсы . . . . .   | 148        |
| 6.7.3. Экспоненциальные импульсы . . . . .  | 149        |

|   |            |
|---|------------|
| 6.7.4. Треугольные импульсы . . . . .   | 149        |
| 6.8. Подстановочные формулы для вычисления передаточной функции дискретной модели . . . . .             | 150        |
| 6.9. Приведение уравнений многочастотных непрерывно-дискретных систем к одночастотным моделям . . . . . | 153        |
| 6.9.1. Метод аналитических преобразований . . . . .   | 154        |
| 6.9.2. Метод моделирования . . . . .  | 156        |
| 6.10. Устойчивость дискретных моделей. Связь с методами численного интегрирования . . . . .             | 159        |
| 6.10.1. Условия устойчивости . . . . .  | 159        |
| 6.10.2. Устойчивость методов численного интегрирования . . . . .  | 161        |
| 6.11. Обратная задача – континуализация дискретных моделей . . . . .                                    | 164        |
| 6.12. Задачи и упражнения . . . . .   | 165        |
| <b>ГЛАВА 7. УПРАВЛЯЕМОСТЬ И НАБЛЮДАЕМОСТЬ ЛИНЕЙНЫХ СИСТЕМ</b>   | <b>166</b> |
| 7.1. Основные определения . . . . .   | 166        |
| 7.2. Критерии управляемости . . . . .   | 169        |
| 7.3. Критерии наблюдаемости. Теорема дуальности . . . . .   | 174        |
| 7.4. Задачи и упражнения . . . . .  | 178        |
| <b>ГЛАВА 8. ОЦЕНИВАНИЕ СОСТОЯНИЯ ОБЪЕКТА И ВОЗМУЩЕНИЙ</b>   | <b>181</b> |
| 8.1. Постановка задачи оценивания состояния . . . . .   | 181        |
| 8.2. Наблюдатели состояния . . . . .  | 183        |
| 8.3. Наблюдатели пониженного порядка . . . . .  | 187        |
| 8.4. Оценивание возмущений . . . . .  | 192        |
| 8.5. Задачи и упражнения . . . . .  | 200        |
| <b>ГЛАВА 9. СИНТЕЗ МОДАЛЬНЫХ И ТЕРМИНАЛЬНЫХ РЕГУЛЯТОРОВ</b>   | <b>202</b> |
| 9.1. Задача модального управления . . . . .   | 202        |
| 9.2. Модальное управление по состоянию объекта . . . . .  | 202        |
| 9.3. Модальное управление по выходу объекта. Теорема разделения . . . . .                               | 204        |
| 9.4. Терминальное управление . . . . .  | 208        |

|   |     |
|---|-----|
| 9.5. Примеры систем модального и терминального управления . . . . .           | 211 |
| 9.5.1. Стабилизация углового движения ИСЗ с компенсацией возмущений . . . . . | 211 |
| 9.5.2. Возбуждение колебаний в цепочке осцилляторов . . . . .                 | 214 |
| 9.6. Задачи и упражнения . . . . .  | 218 |

**ГЛАВА 10. УРАВНЕНИЯ И ХАРАКТЕРНЫЕ СВОЙСТВА НЕЛИНЕЙНЫХ СИСТЕМ . . . . . 220**

|  |     |
|--|-----|
| 10.1. Общие сведения о нелинейных системах . . . . .               | 220 |
| 10.2. Уравнения нелинейных звеньев и систем . . . . .              | 224 |
| 10.3. Особенности процессов в нелинейных системах . . . . .        | 230 |
| 10.3.1. Принцип суперпозиции . . . . .                             | 231 |
| 10.3.2. Сепаратрисные поверхности . . . . .                        | 232 |
| 10.3.3. Предельные циклы. Автоколебания . . . . .                  | 233 |
| 10.3.4. Состояния равновесия. Отрезки покоя . . . . .              | 236 |
| 10.3.5. Неединственность решений. Пересечение траекторий . . . . . | 237 |
| 10.3.6. Скользящие режимы . . . . .                                | 239 |
| 10.3.7. Влияние внешних воздействий . . . . .                      | 240 |

**ГЛАВА 11. МЕТОДЫ ИССЛЕДОВАНИЯ НЕЛИНЕЙНЫХ СИСТЕМ . . . . . 242**

|  |     |
|--|-----|
| 11.1. Задачи и методы теории нелинейных систем . . . . .                             | 242 |
| 11.2. Методы фазового пространства . . . . .   | 244 |
| 11.2.1. Метод фазовой плоскости . . . . .  | 245 |
| 11.2.2. Метод точечных отображений . . . . .   | 245 |
| 11.2.3. Условия существования предельных циклов для систем второго порядка . . . . . | 246 |
| 11.3. Метод гармонической линеаризации (гармонического баланса) . . . . .            | 247 |
| 11.3.1. Основные положения. "Свойство фильтра" . . . . .                             | 248 |
| 11.3.2. Коэффициенты гармонической линеаризации . . . . .                            | 250 |
| 11.3.3. Уравнение гармонического баланса . . . . .                                   | 252 |
| 11.3.4. Пример. Исследование генератора колебаний . . . . .                          | 256 |

|   |     |
|---|-----|
| 11.4. Метод функций Ляпунова . . . . .  | 261 |
| 11.4.1. Основные определения . . . . .  | 261 |
| 11.4.2. Устойчивость множеств и частичная устой-<br>чивость . . . . .               | 264 |
| 11.4.3. Функции Ляпунова . . . . .  | 268 |
| 11.4.4. Устойчивость непрерывных систем . . . . .                                   | 270 |
| 11.4.5. Устойчивость дискретных систем . . . . .                                    | 276 |
| 11.4.6. Примеры . . . . .   | 279 |
| 11.5. Методы теории абсолютной устойчивости . . . . .                               | 286 |
| 11.5.1. Задача абсолютной устойчивости . . . . .                                    | 286 |
| 11.5.2. Круговой критерий . . . . .   | 289 |
| 11.5.3. Критерий В.М. Попова . . . . .  | 290 |
| 11.6. Исследование скользящих режимов. Метод<br>эквивалентного управления . . . . . | 290 |
| 11.6.1. Понятие о скользящих режимах . . . . .                                      | 290 |
| 11.6.2. Определение движения в скользящем ре-<br>жиме . . . . .                     | 293 |

## **ГЛАВА 12. НЕЛИНЕЙНОЕ УПРАВЛЕНИЕ ЛИНЕЙ- НЫМИ ОБЪЕКТАМИ** 298

|  |     |
|--|-----|
| 12.1. Системы с переменной структурой в задаче<br>управления . . . . .           | 298 |
| 12.2. Системы с переменной структурой в задаче<br>оценивания состояния . . . . . | 305 |
| 12.3. Методы адаптивного управления . . . . .                                    | 307 |
| 12.3.1. Задача адаптивного управления . . . . .                                  | 307 |
| 12.3.2. Структура адаптивных систем управления                                   | 308 |
| 12.3.3. Методика решения задач адаптивного упра-<br>вления . . . . .             | 310 |
| 12.4. Адаптивные системы с явной эталонной мо-<br>делью . . . . .                | 314 |
| 12.4.1. Алгоритмы параметрической адаптации .                                    | 314 |
| 12.4.2. Алгоритмы сигнальной адаптации . . . . .                                 | 318 |
| 12.4.3. Алгоритмы сигнально-параметрической<br>адаптации . . . . .               | 319 |
| 12.5. Адаптивные системы с неявной эталонной<br>моделью . . . . .                | 320 |
| 12.5.1. Алгоритмы параметрической адаптации .                                    | 321 |
| 12.5.2. Алгоритмы сигнально-параметрической<br>адаптации . . . . .               | 322 |

|   |            |
|---|------------|
| 12.5.3. Пример. Адаптивное управление летательным аппаратом . . . . .                                   | 323        |
| <b>12.6. Алгоритмы адаптивной идентификации . . . . .</b>   | <b>330</b> |
| 12.6.1. Задача параметрической идентификации . . . . .  | 330        |
| 12.6.2. Идентификации с явной настраиваемой моделью . . . . .   | 332        |
| 12.6.3. Идентификация на скользящих режимах . . . . .   | 333        |
| 12.6.4. Идентификация с неявной настраиваемой моделью . . . . .   | 334        |
| 12.6.5. Адаптивные наблюдатели . . . . .  | 336        |
| <b>12.7. Адаптивное управление с идентификацией на скользящих режимах. Метод шунтирования . . . . .</b> | <b>339</b> |
| 12.7.1. Постановка задачи . . . . .   | 340        |
| 12.7.2. Алгоритм настройки параметров . . . . .   | 343        |
| 12.7.3. Выбор закона управления . . . . .   | 345        |
| 12.7.4. Пример. Адаптивное управление летательным аппаратом . . . . .                                   | 346        |
| <b>12.8. Задачи и упражнения . . . . .</b>  | <b>352</b> |

**ГЛАВА 13. УПРАВЛЕНИЕ НЕЛИНЕЙНЫМИ КОЛЕБАТЕЛЬНЫМИ И ХАОТИЧЕСКИМИ СИСТЕМАМИ . . . . . 354**

|   |            |
|---|------------|
| <b>13.1. Задачи управления нелинейными колебаниями . . . . .</b>  | <b>354</b> |
| <b>13.2. Управление энергией колебаний . . . . .</b>  | <b>360</b> |
| 13.2.1. Управление энергией консервативных систем. Частичная стабилизация . . . . .   | 360        |
| 13.2.2. Возбуждение колебаний нелинейного осциллятора: авторезонанс . . . . .   | 363        |
| <b>13.3. Понятие о хаотических системах . . . . .</b>   | <b>367</b> |
| 13.3.1. Развитие понятия колебания . . . . .  | 367        |
| 13.3.2. Определение хаотической системы . . . . .   | 370        |
| 13.3.3. Критерии хаотичности . . . . .  | 373        |
| 13.3.4. Применения хаотических моделей . . . . .  | 376        |
| <b>13.4. Адаптивное управление хаотическими системами на основе линеаризации отображения Пуанкаре и метода целевых неравенств . . . . .</b> | <b>378</b> |
| 13.4.1. Постановка задачи и метод решения . . . . .   | 378        |

|   |            |
|---|------------|
| 13.4.2. Адаптивное управление моделью брус-<br>селятора . . . . .   | 382        |
| 13.4.3. Адаптивное управление моделью Рёсслера  | 386        |
| <b>13.5. Управление синхронизацией систем на осно-<br/>ве адаптивных наблюдателей . . . . .</b>                       | <b>392</b> |
| 13.5.1. Идея управляемой синхронизации . . . . .  | 393        |
| 13.5.2. Постановка задачи и схема решения . . . . .   | 395        |
| 13.5.3. Условия адаптивной синхронизации . . . . .  | 397        |
| 13.5.4. Передача сообщений с использованием<br>систем Чуа . . . . .   | 399        |
| <b>ГЛАВА А. Приложение А. МЕТОД СКОРОСТНО-<br/>ГО ГРАДИЕНТА</b>   | <b>407</b> |
| <b>ГЛАВА В. Приложение В. МЕТОД КОНЕЧНО-СХОДЯ-<br/>ЩИХСЯ АЛГОРИТМОВ РЕШЕНИЯ РЕКУРРЕНТ-<br/>НЫХ ЦЕЛЕВЫХ НЕРАВЕНСТВ</b> | <b>413</b> |
| <b>ГЛАВА С. Приложение С. ФУНКЦИИ И ПОДПРО-<br/>ГРАММЫ ПАКЕТА МАТЛАВ</b>  | <b>420</b> |
| <b>ГЛАВА D. Приложение D. ВОЗМОЖНОСТИ СИ-<br/>СТЕМЫ SCILAB</b>  | <b>437</b> |
| <b>ГЛАВА Е. ЛИТЕРАТУРА</b>  | <b>445</b> |